

## Kepekaan Fungsi di Kalangan Siswa Guru

Ket Lee Lian,\* Lim Wee Pu

Jabatan Matematik, Institut Pendidikan Guru Kampus Temenggong Ibrahim, Johor Bahru

\*Ket Lee Lian : [ketelelian@gmail.com](mailto:ketelelian@gmail.com)

### Abstrak

Idea fungsi memainkan peranan yang penting dalam perkembangan konsep matematik. Namun kajian-kajian telah menunjukkan ramai pelajar menghadapi kesulitan dalam proses pembelajaran fungsi disebabkan imej konsep mereka terhadap fungsi yang terhad dan penuh dengan kesilapan. Kajian ini dilaksanakan untuk mengkaji kepekaan fungsi di kalangan siswa guru, dua puluh tiga orang daripada Program Persedian Ijazah Sarjana Muda Perguruan (*PPISM-Matematik, Semester 1*) dan satu orang daripada Kursus Perguruan Lepasan Ijazah – Program Pelajar Cemerlang Matematik (*KPLI-PPC-Matematik*). Instrumen yang digunakan adalah ujian kertas-pensil dan temubual di mana guru diminta agar memberi definisi dan memberi contoh fungsi; mengenalpasti fungsi dan bukan fungsi apabila diberi perwakilan fungsi dalam berbagai bentuk serta situasi hubungan arbitrari dan situasi yang bersifat kontekstual; serta menginterpretasi perhubungan di antara berbagai bentuk perwakilan fungsi dan penggunaan bentuk setara fungsi. Dapatkan kajian menunjukkan bahawa kepekaan fungsi bagi siswa guru adalah pada tahap sederhana dan dipengaruhi oleh imej konsep yang terhad kepada situasi prototipikal linear dan kuadratik yang diwakilkan dalam bentuk ungkapan algebra. Selain daripada itu, dapatkan kajian telah menonjolkan kepekaan fungsi siswa guru yang dipengaruhi dengan andaian-andaan yang penuh dengan kesilapan. Diharap dapatkan kajian mengenai kepekaan fungsi di kalangan siswa guru boleh memberi cadangan ke arah meningkatkan lagi keberkesanan pengajaran dan pembelajaran topik fungsi di sekolah menengah atau institut pendidikan guru.

*Kata kunci:* Kepekaan fungsi, imej konsep, perwakilan fungsi, situasi hubungan arbitrari, situasi bersifat kontekstual

### PENGENALAN

Konsep fungsi dikenali sebagai ‘*The keynote of Western culture*’ pada tahun 1930 (Tall, 1995). Ia bukan sahaja merupakan asas kepada bidang algebra, algebra lanjutan, kalkulus dan juga geometri, malahan sangat berguna dalam aktiviti kehidupan sehari-hari.

Pada tahun kebelakangan, NCTM (1989) telah mengenalpasti konsep fungsi sebagai suatu ‘*unifying concept*’ bagi kurikulum matematik sekolah menengah dan pusat pengajian tinggi (O’Callaghan, 1998) serta memberi penekanan ke atas kepentingan konsep fungsi dalam pengajaran-pembelajaran Matematik (NCTM, 2000). Tidak dapat dinafikan juga bahawa konsep fungsi merupakan satu konsep yang utama dalam kurikulum matematik KBSM Semakan Semula apabila ia disusun sebagai topik yang pertama bagi komponen algebra dalam pakej teras (PPK, 2004; PPK, 2002).

Namun, fungsi telah dikenalpasti sebagai salah satu topik yang paling kurang difahami oleh pelajar (Md Nor Bakar, 1991; Phil DeMoris, 1997; Theodossios Zachariades et al. 2001; Lisa Clement, 2001; Hattie Akkoc & David Tall, 2005; Mokaeane Victor Polaki, 2005; Marilyn Carlson & Michael Oehrtman, 2005). Justeru, tahap kepekaan fungsi pelajar dan imej konsep pelajar harus dikenalpasti dalam pengajaran-pembelajaran fungsi agar membantu dalam perancangan dan pelaksanaan pengajarannya yang lebih berkesan dalam topik fungsi.

### Kepekaan Fungsi

Kepekaan fungsi merujuk kepada bidang di mana kepekaan nombor (NCTM, 1989), kepekaan simbol (Fay, 1990; Arcavi, 1994) dan kepekaan graf bersilang (Fried, 2001, dalam Kakihana, K., 2002). Fukuda et al (2001) mengkategorikan kepekaan fungsi sebagai kepekaan numerikal (termasuk dalam kepekaan nombor), kepekaan visual (termasuk dalam kepekaan graf) dan kepekaan algebra (termasuk dalam kepekaan simbolik). Ia melibatkan penghubungkaitan antara pelbagai bentuk perwakilan fungsi iaitu bentuk jadual, graf, ungkapan algebra. Kefahaman dalam fungsi dan persepsi terhadap pelajar menurut Mokaene, P. (2005), Clement (2005) dapat ditinjau dari beberapa aspek termasuk definisi fungsi, contoh fungsi, pelbagai bentuk perwakilan, penggunaan bentuk setara dalam penyelesaian masalah serta situasi fungsi arbitrari dan kontekstual.

Justeru, kepekaan fungsi di kalangan pelajar dapat diterokai berdasarkan aspek-aspek yang dikemukakan dalam dapatkan-dapatkan pengkaji-pengkaji seperti yang di atas.

### Imej Konsep

Tall & Vinner (1981) mendefinisikan imej konsep sebagai keseluruhan struktur kognitif dalam minda seseorang individu yang berinteraksi dengan sesuatu konsep matematik. Maka, imej konsep merangkumi semua gambaran mental, hukum dan proses yang berhubungkait dengan sesuatu konsep diberi. Ia akan dibentuk/dibina secara berterusan dan berubah apabila individu menemui rangsangan yang baru dan pelbagai jenis pengalaman. Contohnya konsep penolakan biasanya diperkenalkan sebagai satu proses yang melibatkan nombor bulat positif. Pada peringkat ini, pelajar mungkin mendapati bahawa nilai jawapan selalunya berkurangan selepas penolakan sesuatu nombor. Pemerhatian sedemikian menjadi sebahagian daripada imej konsep pelajar dan mungkin akan mendarangkan kesulitan kepada pelajar apabila dia mempelajari penolakan nombor negatif nanti. Oleh yang demikian, semua ciri-ciri mental yang berkaitan dengan konsep tertentu adalah merupakan sebahagian daripada imej konsep pelajar. Ciri-ciri ini samada dengan atau tanpa kesedaran pelajar terhadapnya, mungkin akan mengakibatkan konflik dalam imej konsep pelajar pada masa yang akan datang (Tall & Vinner, 1981).

Ketika imej konsep berkembang, bahagian-bahagian di dalamnya tidak semestinya berkembang secara serentak. Rangsangan yang berbeza akan menyebabkan sebahagian daripada imej konsep menjadi aktif tetapi mungkin memperlambangkan perkembangan bahagian yang lain dalam imej konsep pada masa yang sama. Di samping itu, imej konsep pelajar mungkin (atau tidak mungkin) selari dengan definisi formal konsep. Menurut Tall & Vinner (1981), definisi formal konsep adalah pernyataan atau istilah yang digunakan oleh guru, pelajar atau masyarakat matematik untuk menerangkan sesuatu konsep matematik secara formal. Oleh yang demikian, imej konsep seseorang individu tidak semestinya merangkumi definisi formal konsep (Vinner, 1992; Tall, 2000).

Kepekaan fungsi dipilih atas alasan konsep ini merupakan konsep asas yang harus dikuasai untuk mempelajari konsep lain yang selanjutnya. Justeru, kajian ini dijalankan bagi mencapai objektif seperti berikut:

- i. Mengkaji tahap kepekaan fungsi di kalangan siswa guru pengkhususan matematik.
- ii. Membandingkan tahap kepekaan fungsi siswa guru dalam enam aspek
- iii. Mengenalpasti imej konsep yang wujud di kalangan siswa guru pengkhususan matematik terhadap fungsi

### METODOLOGI

Kajian ini menggunakan kaedah gabungan kuantitatif dan kualitatif yang bertujuan mengkaji tahap kepekaan fungsi di kalangan siswa guru opsyen matematik di sebuah institut pendidikan guru. Bagi mencapai matlamat tersebut, satu instrumen Ujian Kepekaan Fungsi (UKF) dan temubual telah digunakan.

Instrumen UKF diubahsuai daripada instrumen yang diguna oleh Ket (2006) dan Mokaeane Victor Polaki (2005) yang mengkaji persepsi pelajar-pelajar universiti pengkhususan matematik terhadap idea fungsi. Instrumen ini mengandungi enam bahagian di mana pelajar diminta (A) memberi definisi fungsi; (B) memberi contoh fungsi; (C) mengenalpasti situasi fungsi dan bukan fungsi yang diberi dalam bentuk pasangan bertertib, graf (dengan alasannya), ungkapan algebra dan gambarajah anak panah; (D) menentukan samada hubungan arbitrari (diberi dalam bentuk jadual dan tidak boleh diwakilkan dalam bentuk ungkapan algebra) adalah fungsi/bukan fungsi dan seterusnya memberi alasannya; (E) menentukan samada situasi bersifat kontekstual diberi adalah fungsi/bukan fungsi dan seterusnya memberi alasannya; (F) memilih bentuk setara (pelbagai bentuk perwakilan) fungsi dalam penyelesaian masalah.

Data yang diperoleh daripada Ujian Kepekaan Fungsi (UKF) dianalisis dengan menggunakan perisian *Statistical Packages For The Social Science* (SPSS) versi 19.0. Statistik yang digunakan ialah statistik deskriptif iaitu perbandingan min, sisisian piawai lazim dan peratus. Tahap kepekaan fungsi merujuk nilai min skor pelajar dengan Jadual Penentuan Tahap (Jadual 1) yang membahagikan markah penuh 100 dalam ujian penguasaan kepada enam bahagian yang sama nilainya.

**Jadual 1: Jadual Penentuan Tahap Kepekaan Fungsi**

Min Skor (%)	Tahap Kepekaan
85 – 100	Sangat Tinggi
68 – 84	Tinggi
51 – 67	Sederhana
34 – 50	Sederhana Rendah
17 - 33	Rendah
0 - 16	Sangat Rendah

Temubual yang ditadbirkan ke atas pelajar terpilih bertujuan untuk mendapatkan maklumat lanjutan daripada UKF dan juga data terperinci mengenai ciri-ciri kepekaan fungsi dan konsep imej yang tidak dapat dikaji secara

mendalam dengan menggunakan UKF. Rakaman audio diambil sewaktu temubual dijalankan untuk mentranskripsikan data-data kepada bentuk tulisan yang lengkap.

#### KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN

Data yang diperolehi daripada Ujian Kepakaan Fungsi (UKF) dianalisis dan dipersembahkan dalam bentuk jadual bagi menentukan tahap kepekaan fungsi serta membayangkan imej konsep pelajar terhadap fungsi. Hasil Temubual pula memperkuuhkan dapatan UKF sementara menerangkan alasan-alasan di sebalik jawapan pelajar dengan lebih terperinci.

##### Tahap Kepakaan Fungsi

Berdasarkan Jadual 2, seramai 70.8% pelajar berada pada tahap kepekaan fungsi sederhana, 20.8% pelajar dan 8.3% pelajar masing-masing berada pada tahap tinggi dan sangat tinggi. Dapatkan ini adalah sejajar dengan dapatan kajian Ket (2006) yang melaporkan tahap kepekaan fungsi di kalangan pelajar sebuah sekolah menengah adalah sederhana. Dapatkan kajian juga disokong oleh kajian Mokaene (2005) yang melaporkan siswazah tidak memahami idea fungsi sementara menyelesaikan masalah berkaitan fungsi. Selain itu, Hatice Akkoc dan David Tall (2005) juga melaporkan kefahaman konsep fungsi bagi majoriti pelajar sekolah menengah kurang memberi fokus kepada definisi formal fungsi tetapi sebaliknya ke atas idea fungsi dalam pelbagai konteks yang tidak dikaitkan antara satu sama lain. Dapatkan yang sama turut ditunjukkan dalam kajian-kajian yang mendapati bahawa pelajar-pelajar sekolah menengah mempunyai kefahaman yang cetek terhadap konsep fungsi (Md. Nor bin Bakar, 1991; DeMarois, 1997; Clement, 2001; Hatice Akkoc & Tall, 2005). Begitu juga dengan pelajar Universiti yang menunjukkan prestasi yang baik (contohnya: pelajar yang mendapat gred A dalam bidang kalkulus) (Md. Nor bin Bakar, 1991; Thompson, 1994; DeMarois, 1997; Theodossios Zachariades et al, 2001; Mokaeane Victor Polaki, 2005; Carlson & Oehrtman, 2005), serta bakal guru yang akan mengajar konsep fungsi di sekolah untuk kefahaman pelajar (Silverman, 2005).

Hal ini sedemikian mungkin disebabkan rekabentuk kurikulum matematik yang tidak melihat konsep fungsi sebagai satu idea yang perlu disatukan sebagai satu keseluruhan (DeMarois, P., 1997 ; Hatice Akkoc & David Tall, 2005; Mokaeane, 2005). Justeru, selain daripada kemaskinian kurikulum matematik, pengajaran dan pembelajaran fungsi sama ada di sekolah menengah atau di universiti harus mempertingkatkan penggunaan alat-alat teknologi seperti kalkulator grafik atau perisian komputer sebagai perantaraan supaya dapat diwujudkan satu suasana agar pelbagai aspek konsep fungsi dapat diajar secara penyatuan (Mokaeane, 2005; Kakihana.K et al, 2002).

**Jadual 2:** Tahap Kepakaan Fungsi Di Kalangan Siswa Guru Pengkhususan Matematik

Tahap Kepakaan	Frekuensi (f)	Peratus (%)
Sangat Tinggi	2	8.3
Tinggi	5	20.8
Sederhana	17	70.8
Sederhana Rendah	0	0
Rendah	0	0
Sangat Rendah	0	0

##### Perbandingan Tahap Kepakaan Fungsi dalam Enam Aspek

Secara keseluruhan, kajian menunjukkan tahap kepekaan fungsi siswa guru pengkhususan matematik adalah sederhana dengan peratus min 67.1% (Jadual 3).

**Jadual 3:** Tahap Kepakaan Fungsi Mengikut Aspek

Aspek	Peratus Min (%)	Sisihan Piawai	Tahap Kepakaan
Definisi Fungsi	33.33	48.15	Rendah
Contoh Fungsi	95.83	20.41	Sangat Tinggi
Fungsi / bukan fungsi bagi berbagai bentuk perwakilan	71.84	11.26	Tinggi
Situasi Arbitrari	44.79	42.91	Sederhana Rendah

Situasi Kontekstual	50.0	39.62	Sederhana Rendah
Pemilihan bentuk setara (pelbagai bentuk perwakilan) fungsi dalam penyelesaian masalah	61.91	20.49	Sederhana
Keseluruhan	67.10	9.85	Sederhana

Kepekaan fungsi siswa guru dalam aspek contoh fungsi adalah paling tinggi (95.83%) diikuti dengan kepekaan fungsi dalam aspek mengenalpasti fungsi/bukan fungsi bagi berbagai bentuk perwakilan (71.84%). Tahap kepekaan fungsi di kalangan siswa guru turut menurun dari aspek pemilihan bentuk setara fungsi dalam penyelesaian masalah (61.91%); situasi kontekstual (50%) ; situasi arbitrari (44.79%) dan akhirnya definisi fungsi (33.33%). Dapatkan ini agak berbeza dengan dapatan Ket (2006) yang mendapat kepekaan pelajar dalam kedua-dua aspek definisi fungsi dan contoh fungsi adalah pada tahap tinggi, dengan peratus min 90% dan 80%. Perbezaan ini mungkin disebabkan responden kajian ini adalah siswa guru yang baru tamat pengajian sekolah menengah berbanding dengan responden kajian Ket (2006) yang merupakan pelajar Tingkatan Empat di sekolah menengah yang baru mempelajari topik fungsi justeru definisi formal fungsi masih jelas dalam ingatan mereka.

Namun, dapatan kajian ini sejajar dengan dapatan kajian Vinner (1992), Clement (2001), Mokaeane (2005) dan Carlson & Oehrtman (2005) yang melaporkan ketidakconsistenan imej konsep pelajar terhadap fungsi dengan definisi formal fungsi. Ini mungkin disebabkan ketidakpadanan antara rekabentuk kurikulum dengan struktur kognitif pelajar (Hattie Akkoc & David Tall, 2005).

Enurut Giraldo (2002), untuk mengatasi masalah kefahaman pelajar yang cetek terhadap konsep fungsi, pelajar perlu memperolehi suatu imej konsep yang kaya yang merangkumi bukan sahaja definisi formal konsep, tetapi juga unit kognitif seperti simbol, teorem, bentuk perwakilan, hukum dan lain-lain aspek.

#### **Imej Konsep Terhadap Fungsi di Kalangan Siswa Guru**

Dapatkan kajian menunjukkan bahawa kepekaan fungsi bagi siswa guru adalah dipengaruhi oleh imej konsep yang terhad dan juga andaian-andaan yang penuh dengan kesilapan, sebagaimana dapatan kajian Md. Nor bin Bakar (1991); Thompson, (1994); DeMarois (1997); Clement (2001); Hattie Akkoc & Tall (2005); Theodosios Zachariades et al. (2001); Mokaeane Victor Polaki (2005); Carlson & Oehrtman (2005); Silverman, 2005).

#### **Aspek (A): Definisi fungsi**

Pada keseluruhannya, cuma seramai 8 orang siswa guru / pelajar (33.3%) dapat memberi definisi fungsi yang selari dengan definisi formal fungsi. Antaranya, 4 orang pelajar (16.7%) dapat memberi definisi formal dengan tepat sekali seperti yang dinyatakan dalam buku teks Tingkatan Empat iaitu “Fungsi adalah suatu hubungan yang mana setiap unsur dalam domain mempunyai satu imej yang unik dalam kodomain”. Selain daripada itu, 2 orang pelajar (8.3%) telah menyatakan bahawa “Fungsi adalah sejenis hubungan yang khas di mana setiap satu elemen dalam domain dipetakan kepada satu dan hanya satu elemen dalam kodomain”, yang sebenarnya membawa maksud yang sama dengan definisi formal tadi. Kedua-dua definisi telah memberi penekanan ke atas sifat keunikan (*univalence*) imej fungsi. Dalam erti kata lain, hubungan satu dengan satu dan hubungan banyak dengan satu adalah merupakan fungsi, tetapi bukan hubungan satu dengan banyak serta hubungan banyak dengan banyak. Definisi berpandukan jenis hubungan ini telah dinyatakan oleh 3 orang siswa guru (16.7%) termasuk 2 orang siswa guru yang memberi definisi formal dengan tepat. Antara dapatan kajian yang menarik adalah seorang siswa guru telah memberi definisi fungsi sebagai ‘suatu yang cuma mempunyai satu titik persilangan sahaja apabila diuji dengan ujian garis mencancang (vertical line test)’. Daripada temubual didapati bahawa pelajar berkenaan memperolehi pengetahuan ini melalui sukatan pelajaran Matematik Tingkatan Enam. 15 orang pelajar (62.5%) yang tidak dapat memberi definisi fungsi yang lengkap sementara tiga orang pelajar (12.5%) tidak menjawab soalan ini.

Dapatkan temubual kajian ini telah menunjukkan bahawa ramai pelajar sebenarnya kurang faham dengan definisi formal yang ditulis oleh mereka sendiri. Ini adalah disebabkan pelajar telah menghafal definisi formal ini. Hafalan definisi formal daripada buku teks tanpa kefahaman menyebabkan pelajar tidak dapat menerangkan dengan lebih mendalam lagi dan tiada penekanan kepada sifat keunikan (*univalence*) imej bagi fungsi. Bagi pelajar yang memberi definisi berpandukan jenis hubungan, ini mungkin disebabkan pendekatan hubungan telah diberi penekanan yang lebih untuk menerangkan sifat fungsi dalam buku teks berbanding dengan definisi formal fungsi. Di samping itu, kebanyakkan definisi yang diterangkan adalah kurang lengkap, di mana pelajar hanya menyatakan salah satu aspek daripada definisi formal sahaja. Contohnya, pelajar memberi definisi fungsi yang merupakan sebarang jenis hubungan disebabkan pelajar kurang faham bahawa fungsi sebenarnya adalah sejenis hubungan

yang khas. Bagi definisi iaitu ‘setiap satu objek mempunyai satu imej’ yang membawa maksud fungsi adalah hubungan satu dengan satu sahaja, pelajar pula mungkin keliru dengan definisi fungsi yang berbunyi “setiap satu objek cuma mempunyai satu imej”. Ternyata imej konsep kebanyakannya pelajar terhadap fungsi dalam aspek definisi fungsi adalah sebenarnya tidak selari dengan definisi formal fungsi, kurang lengkap dan hanya merangkumi salah satu aspek daripada definisi formal sahaja. Tambahan lagi, pelajar-pelajar mempunyai gambaran yang kabur tentang istilah-istilah yang berhubung rapat dengan fungsi. Mereka kelihatannya belum menguasai lagi makna istilah seperti ‘function machine’, ‘input’ dan ‘output’ yang sepatutnya telah dipelajari dalam sukan pelajaran matematik tingkatan tiga. Selain daripada itu, pelajar-pelajar jarang menjelaskan definisi dan contoh fungsi dalam aspek proses/operasi. Jika dirujuk sukan pelajaran matematik KBSM semakan semula, penggunaan mesin fungsi, input dan output yang cuba menerapkan konsepsi fungsi sebagai suatu proses, telah disyorkan dalam pengenalan fungsi. Namun pelajar-pelajar dalam dapatan kajian mengatakan bahawa mereka tidak pernah didedahkan mesin fungsi, justeru timbulah persoalan sama ada pengajaran-pembelajaran yang lepas adalah tidak berkesan atau pendekatan berkenaan tidak pernah digunakan dalam pengajaran guru kerana tidak diuji dalam peperiksaan.

#### **Aspek (B) Contoh Fungsi**

Imej konsep pelajar terhadap fungsi dalam aspek contoh fungsi adalah terhad kepada bentuk perwakilan tertentu iaitu persamaan algebra [22 (91.7%)] terutamanya persamaan linear [17 (70.8%)] dan persamaan kuadratik [5 (20.8%)]. Ini adalah berbeza dengan dapatan Kajian Ket (2006) yang mana pelajar lebih selesa menggunakan gambarajah anak panah dan pasangan bertertib yang banyak digunakan dalam awal topik fungsi dalam buku teks matematik tingkatan empat. Prototaip fungsi yang pelajar sentiasa jumpa seperti fungsi linear; fungsi yang diwakilkan dengan suatu ‘peraturan’ atau ‘formula’ membentuk imej konsep yang membawa kepada masalah yang berterusan apabila mereka cuba mengenalpasti sesuatu situasi fungsi yang berhubungan arbitrarri, seperti yang dikesani dalam kajian Clement (2001) dan Mokaeane (2005) juga. Selain itu, pelajar yang tidak menjawab berbanding dengan peratusan pelajar tidak menjawab yang tinggi dalam kajian-kajian yang lepas (Mokaeane, 2005; Clement, 2001; Hattie Akkoc & Tall, 2005; Md Nor Bakar, 1991). Fenomena ini mencadangkan bahawa terdapat pelajar yang mungkin kurang yakin dengan imej konsep mereka terhadap fungsi dalam aspek definisi fungsi dan contoh fungsi

#### **Aspek (C) Perwakilan Fungsi Dalam Pelbagai Bentuk (Pasangan Bertertib, Graf, Persamaan Algebra dan Gambarajah Anak Panah)**

Pada keseluruhannya, dalam mengenalpasti fungsi dan bukan fungsi yang diwakilkan dengan berbagai bentuk perwakilan, pelajar jarang merujuk kepada definisi formal maupun definisi yang ditulisnya dalam item 1(a). Mereka cenderung menggunakan jenis hubungan, alat-alat analisis contohnya ujian garis mencancang, gambarajah anak panah, prototaip fungsi dan bukan fungsi serta imej konsep yang tersilap sebagai panduan. Ini disebabkan unsur-unsur seperti jenis hubungan, bentuk perwakilan seperti gambarajah anak panah dan prototaip fungsi adalah lebih dominan di dalam imej konsep pelajar jika dibandingkan dengan definisi formal atau definisi mereka sendiri dalam item 1(a).

#### **Aspek (D) Hubungan Arbitrari (diberi dalam bentuk jadual dan tidak boleh diwakilkan dalam bentuk ungkapan algebra)**

Semua pelajar dalam kajian ini telah menjawab item ini berbanding dengan majoriti pelajar dalam kajian Mokaeane (2005) yang tidak menjawab disebabkan situasi diberi yang luarbiasa dan pelajar-pelajar tidak pernah jumpa masalah sedemikian dalam kelas matematik mereka. Namun, cuma sebilangan kecil pelajar dapat menjawab dengan alasan yang betul dalam kedua-dua kajian ini. 9 (37.5%) daripada 13 (54.2%) orang pelajar yang berjaya mengenalpasti situasi ini sebagai suatu fungsi dengan alasan yang betul telah telah menjawab berpandukan imej konsep iaitu ‘hubungan banyak dengan satu adalah fungsi’ yang selari dengan definisi formal fungsi. Sekali lagi terbukti begitu dominannya jenis hubungan sebagai sifat fungsi dalam imej konsep pelajar berbanding dengan definisi formal fungsi. Bagi pelajar yang memberi alasan yang salah, mereka gagal menterjemahkan situasi diberi kepada bentuk hubungan atau tidak dapat mengkategorikan jenis hubungan yang tertentu (iaitu

hubungan satu dengan satu dan banyak dengan satu) sebagai

fungsi. Sebahagian pelajar juga keliru tentang pembolehubah bersandar dan pembolehubah tak bersandar disebabkan konsep-konsep asas yang berkaitan dengan fungsi ini didapati kabur dan tidak lengkap dalam imej konsep pelajar. ‘*y is a function of x*’ sebenarnya bermakna *y* (pembolehubah bersandar) bergantung kepada *x* (pembolehubah tidak bersandar). Pelajar-pelajar mungkin salah interpretasi pernyataan ‘*y is a function of x*’ sebagai *x* bergantung kepada *y*.. Bagi pelajar-pelajar yang mengatakan bahawa ‘setiap satu objek mempunyai satu imej’,

‘setiap satu  $x$  mempunyai satu  $y$ , maka fungsi ini satu dengan satu’, alasan ini adalah tidak benar kerana dalam item ini, Krishnan, Simon dan Nurulhuda sebenarnya mempunyai jumlah wang saku yang sama banyak. Oleh itu fungsi ini adalah hubungan banyak dengan satu.

5. If we let  $x$  = student's name and  $y$  = amount of pocket money

Students' amount of pocket money

Name( $x$ )	Amount of pocket money ( $y$ ) (RM)
Krishnan	10
Mohd Khairi	15
Tee Kim Heng	8
Simon	10
Ng Poy Hoon	12
Shanti	18
Nurulhuda	10
Louis	5

- (a) Is  $y$  a function of  $x$ ?  
Answer : Yes / No  
(b) The reason for your answer : \_\_\_\_\_

Ketiga-tiga kajian termasuk kajian Lisa Clement (2001) telah dapat mengesani beberapa imej konsep pelajar yang salah. Antaranya, pelajar beranggapan fungsi mesti melibatkan formula algebra, ini bermakna ia mesti diwakili dengan nombor dan ia mesti sistematis serta wujud suatu peraturan di dalamnya. Oleh itu, bagi pelajar-pelajar ini situasi berhubungan arbitrer bukan situasi fungsi. Selain daripada itu, sebilangan pelajar beranggapan bahawa fungsi seharusnya hubungan satu dengan satu.

**Aspek (E) Situasi Bersifat Kontekstual**

Situasi dalam item 7 mewakilkan fungsi secara kontekstual dan tidak rutin walaupun ianya fungsi linear yang boleh diwakilkan sama ada dalam bentuk ungkapan algebra / simbolik atau graf.

7. Suppose SMK Kempas has 1000 students and that the population increases by 200 students per year.  
(a) Can this situation be represented by a function?  
Answer : Yes / No  
(b) Why did you say so? Explain.

Dapatan kajian menunjukkan bahawa ramai pelajar [16 (66.7%)] dapat menginterpretasi idea fungsi daripada situasi yang berhubung rapat dengan kehidupan sehari-hari mereka ini malah cuba menterjemahkannya ke dalam bentuk persamaan algebra. Antaranya 5 orang pelajar (20.8%) berjaya mewakilkan situasi fungsi ini dengan persamaan  $y = 1000 + 200x$ . Terdapat juga pelajar menggunakan alasan hubungan satu dengan satu serta graf linear sebagai alasan penentuan situasi ini sebagai fungsi.

Pelajar yang lain memutuskan bahawa situasi ini bukan fungsi adalah disebabkan mereka mempunyai kefahaman yang bukan bersifat konseptual tetapi lebih bersifat prosedural. Pelajar-pelajar telah dilatih untuk menjawab soalan peperiksaan dengan algoritma tertentu untuk mendapat jawapan yang betul. Imej konsep pelajar terhadap fungsi adalah penuh dengan algoritma dan ‘formula’ seperti  $f(x) = \dots$ . Mereka telah biasa dengan masalah-masalah rutin dan dapat menyelesaikannya seolah-olah dengan cara hafalan prosedur. Maka apabila diberi masalah yang bukan rutin walaupun berhubung rapat dengan kehidupan sehari-hari mereka, mereka tidak dapat

menyelesaiannya. Di samping itu, pelajar-pelajar juga menghadapi kesulitan untuk mengenalpasti pembolehubah tak bersandar dan pembolehubah bersandar daripada situasi diberi. Mereka keliru dengan ‘bilangan pelajar’ dan ‘nama pelajar’. ‘Bilangan pelajar’ ataupun ‘nombor’ yang dimaksudkan oleh pelajar di sini adalah berbeza dengan ‘nama pelajar’ dan ia adalah pembolehubah bersandar yang berubah mengikut ‘bilangan tahun’ sebagai pembolehubah tidak bersandar. Umpamanya, 1 tahun dipasangkan dengan 1200 orang pelajar; 2 tahun dipasangkan dengan 1400 orang pelajar; 3 tahun dipasangkan dengan 1600 orang pelajar dan seterusnya. Oleh itu, situasi fungsi ini sebenarnya adalah hubungan satu dengan satu.

Dapatan kajian telah menunjukkan bahawa pelajar-pelajar masih belum menguasai pengetahuan yang memadai yang diperlukan sebagai asas bagi idea fungsi. Sekali lagi, konsep-konsep asas yang berkaitan dengan fungsi seperti pembolehubah bebas dan pembolehubah bersandar adalah didapati kabur dan tidak lengkap dalam imej konsep pelajar terhadap fungsi.

Bagi pelajar yang memutuskan bahawa situasi ini bukan fungsi, topik fungsi dalam imej konsep mereka seolah-olah satu topik yang berasingan dan tidak bersangkut-paut dengan topik lain seperti statistik atau bentuk perwakilan seperti graf. Pelajar yang menyatakan “Ayat (*sentences*) bukan fungsi” adalah disebabkan imej konsepnya yang menganggap bahawa sesuatu fungsi mesti diwakili simbol atau nombor

**Aspek (F) Bentuk setara (pelbagai bentuk perwakilan) fungsi dalam penyelesaian masalah.**

Untuk melihat fleksibiliti dan kebolehan pelajar memilih bentuk perwakilan yang paling sesuai untuk menyelesaikan masalah, satu persamaan, jadual dan graf bagi fungsi yang sama, iaitu  $f(x) = x^2 - 3x - 10$  diberi kepada pelajar apabila soalan-soalan dikemukakan:

contoh soalan:

- (a) What is the output if the input is -1?  
Did you use the equation, the table, or the graph to answer the question?
- (b) What is the output if the input is 4 ?  
Did you use the equation, the table, or the graph to answer the question?
- (c) What is the output if the input is 12 ?  
Did you use the equation, the table, or the graph to answer the question?
- (d) What is the output if the input is  $h$  ?  
Did you use the equation, the table, or the graph to answer the question?
- (e) What are the input(s) if the output is 0 ?  
Did you use the equation, the table, or the graph to answer the question?
- (f) Are there any others ?
- (g) What are the input(s) if the output is 44 ?  
Did you use the equation, the table, or the graph to answer the question?

Dapatan kajian menunjukkan bahawa majoriti pelajar berkecenderungan untuk memilih ungkapan algebra untuk menyelesaikan masalah berbanding dengan kaedah graf atau jadual. Pelajar menunjukkan keselesaan menggunakan ungkapan algebra mungkin disebabkan mereka adalah pelajar berpencapaian tinggi dalam SPM dan terpilih mengikut kursus PPISMP.

Dapatan kajian ini juga menonjolkan imej konsep pelajar-pelajar berkenaan perhubungan mental (*mental connections*) mereka antara jadual, persamaan dan graf fungsi, sama ada membayangkan tahap kepekaan fungsi yang tinggi, sederhana atau rendah. Pelajar telah menunjukkan fleksibiliti yang berbagai peringkatnya ketika beralih di antara input dan output bagi bentuk perwakilan yang berlainan. Terdapat juga pelajar-pelajar yang telah membuat pilihan yang paling effisien dalam setiap satu kes diberi di samping menunjukkan fleksibiliti yang tinggi seperti sampel pelajar yang diperhatikan dalam kajian Phil DeMarois (1997) dan Ket (2006). Imej konsep mereka terhadap fungsi adalah sedemikian sehingga mereka menyedari yang sesuatu (konsep fungsi) itu masih kekal sama ketika

mereka beralih antara pelbagai bentuk perwakilan, dan fungsi adalah sesuatu (objek atau proses) tetapi bukan bentuk perwakilan itu sendiri. Pengkaji turut mendapati bahawa bagi seseorang pelajar untuk memiliki imej konsep yang tersebut amat bergantung kepada penggunaannya dalam setiap bentuk perwakilan sebagai asas. Beberapa orang pelajar ditemubual yang lemah dalam penggunaan bentuk setara fungsi dikesan menghadapi kesulitan dalam membaca graf, mendapatkan maklumat daripada graf dan menyelesaikan persamaan kuadratik. Kemahiran-kemahiran ini sepatutnya telah dikuasai oleh pelajar ketika mereka mempelajari topik Graf Fungsi di Tingkatan Tiga kerana ia merupakan pengetahuan sedia ada bagi pembelajaran topik fungsi dalam tingkatan empat. Ini secocok dengan pandangan psikologi kognitif, di mana kefahaman pelajar tentang konsep fungsi melibatkan proses-proses mental yang kompleks, pembelajaran boleh dicapai hanya bila pengetahuan baru diasimilasikan dengan pengetahuan relevan yang sedia ada di dalam struktur kognitif pelajar. Justeru, konsep-konsep asas seperti konsep input-output dan membaca graf harus difahami oleh pelajar sebelum ia memahami dan menggunakan konsep bentuk setara fungsi (contohnya fungsi yang sama tetapi diwakili dengan bentuk perwakilan yang berbeza iaitu graf, ungkapan algebra dan jadual). Imej konsep berkenaan dengan konsep asas dan kemahiran asas tersebut berkembang kepada konsep setara fungsi maka barulah pelajar dapat memiliki imej konsep bahawa sesuatu (konsep fungsi) itu masih kekal sama ketika mereka beralih antara pelbagai bentuk perwakilan, dan fungsi adalah sesuatu (objek atau proses) tetapi bukan bentuk perwakilan itu sendiri.

### KESIMPULAN

Penerokaan terhadap kepekaan fungsi dan imej konsep pelajar terhadap fungsi amat penting untuk mempertingkatkan keberkesanannya pengajaran-pembelajaran dalam topik fungsi seterusnya menyediakan satu asas yang kukuh untuk lanjutan pembelajaran dalam semua bidang matematik. Dapatan kajian secara keseluruhannya menunjukkan tahap kepekaan fungsi yang sederhana. Sehubungan itu, usaha-usaha yang lebih khusus untuk meningkatkan tahap kepekaan fungsi adalah perlu bagi memastikan pelajar-pelajar atau siswa guru kita lebih berjaya dalam pembelajaran matematik serta menyelesaikan masalah-masalah harian. Penerokaan terhadap kepekaan fungsi dan imej konsep pelajar yang membantu dalam mencungkil kesilapan di dalamnya, adalah juga sebagai langkah awalan bagi para penyelidik supaya bersedia untuk membangunkan pakej pengajaran (contoh: bahan pengajaran direkabentuk oleh Thompson dalam Silverman, 2005), modul (contoh: bahan pengajaran dalam Carlson & Oehrtman, 2005) atau persekitaran pembelajaran (contoh: penggunaan kalkulator grafik dalam Brown, 2004 dan penggunaan perisian komputer dalam Kakihana, K., 2002) yang merangkumi aktiviti penyiasatan, persekitaran agar pelajar berfikir, membina kefahaman serta mengaplikasikan pengetahuan tentang konsep fungsi dalam kehidupan seharian dan situasi baru secara kontekstual. Lanjutan daripada kajian ini, penyelidik mencadangkan kajian lanjutan yang melibatkan sampel yang lebih besar sama ada untuk kaedah kuantitatif atau pun kaedah temubual.

### RUJUKAN

- Brown, J. P. (2004). *The Affordances of Technology for Student Understanding of Function*. Melbourne: The University of Melbourne.
- Carlson, M. & Oehrtman, M. (2005). *Key Aspects of Knowing & Learning The Concept of Function*. *The Mathematical Association of America*.
- Chapin, S. H. et al. (2002). "Middle Grades MATH, Course 3." New Jersey: Prentice Hall.
- Clement, L. L. (2001). "What Do Your Students Really Know About Function?". San Diego: San Diego State University/ University of California.
- Cottrill, J. F. (1999). "Students' understanding of the Concept of Chain Rule in First Year Calculus & The Relation to Their Understanding of Composition of Function." Purdue University. PhD thesis. Not Published.
- Curriculum Development Centre (2003). *Integrated Curriculum for Secondary Schools*. Curriculum Specifications Mathematics Form 3. Ministry of Education Malaysia.
- Curriculum Development Centre (2004). *Integrated Curriculum for Secondary Schools*. Curriculum Specifications Additional Mathematics Form 4. Ministry of Education Malaysia.
- DeMarois, P. & Tall, D. O. (1999). "Function: Organizing Principle or Cognitive Root?". *Proceedings of the 23<sup>rd</sup> Conference of PME, Haifa, Israel*, (1999), vol.2, 257-264.
- DeMarois, P. (1996). "Facets and Layers of the Function Concept." *Proceedings of PME 20*, Valencia, vol. 2, pp. 297-304.
- DeMarois, P. (1997). "Beginning Algebra Students' Images of the Function Concept." Illinois: William Rainey Harper College.
- Giorgio T. Bagni. (2003). "Functions: Processes, Properties, Objects." *European Research in Mathematics Education III*.
- Giraldo V., Tall, D. O., Carvalho, L. M. (2003). "Using Theoretical Computational Conflicts to Enrich the Concept Image of Derivative". *Research in Mathematics Education*, vol. 5, pp. 63-78.

- Giraldo, V.; Carvalho, L. M. & Tall, D. O. (2002). "Theoretical-Computational Conflicts and the Concept Image of Derivative". *Proceedings of the BSRLM Conference*. Nottingham, England, 22 (3), 37-42.
- Gray, E. & Tall, D. O. (1989). "Concept Images, Generic Organizer, Computers and Curriculum Change". *For the Learning of Mathematics*, 9, 3, 37-42.
- Gray, E. & Tall, D. O. (2000). "Objects, Actions and Images: A Perspective On Early Number Development". *Journal of Mathematical Behaviour*, 18, 4, 1-13.
- Hatice Akkoc & Tall, D. O. (2002). "The Simplicity, Complexity and Complication of the Function Concept." *Proceedings of the 26<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 25-32.
- Hatice Akkoc & Tall, D. O. (2005). "A Mismatch Between Curriculum Design and Student Learning: The Case of the Function Concept." *CBMS Issues in Mathematics Education*, 4, pg 21-44.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). "Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis." In "Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics." Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Hines, Ellen, Khoury, Klanderman, H., David, B. (2001). "The Tabular Mode: Not Just another Way to Represent A Function". *School Science & Mathematics*, 0036-6803, November 1, 2001, Vol. 101, Issue 7.
- Juan Pablo Mejia-Ramos & Tall, D. O. (2006). "The Long-Term Cognitive Development of Different Types of Reasoning and Proof". *Conference on Explanation and Proof In Mathematics: Philosophical and Educational Perspectives*, Universitat Duisburg-Essen, Campus Essen, November 1-4, 2006.
- Kakihana, K., Fukuda, C. and Shimizu, K. (2002). The Effect of Integrated Learning of Functions using Computers – As Quantitative Literacy in a Two-Year College Program, ACTM2002, pp.211-220.
- Ket Lee Lian. (2006). Imej Konsep terhadap Fungsi di Kalangan Pelajar Tingkatan Empat. Skudai: Universiti Teknologi Malaysia. Tesis Sarjana. Not Published
- Konstruktivisme". Kuala Lumpur: Kementerian Pendidikan Malaysia.
- Lan Li & Tall, D. O. (1993). "Constructing Different Concept Images of Sequences and Limits by Programming". *Proceedings of PME 17*, Japan, 2, 41-48.
- Lim Swee Hock et. al. (2004). "Mathematics Form 3." Kuala Lumpur : Darul Fikir.
- Lovell, K. (1971). "Some Aspects of the Growth of the Concept of a Function" in "Piagetian Cognitive-Development Research and Mathematics Education". *Proceedings of a Conference conducted at Columbia University*, October, 1970. NCTM
- M Nor bin Bakar. (1991). "What Do Students Learn About Functions? A Cross Cultural Study in England and Malaysia." The University of Warwick. PhD Thesis. Not Published.
- Mcown, M., DeMarois, P. & Tall, D. O. (2000). "Using the Function Machine as a Cognitive Root". *Proceedings of 22<sup>nd</sup> Conference of PME-NA, Tuscon*, 247-254.
- Md Nor & Tall, D. O. (1992). "Students' Mental Prototypes for Functions and Graphs." *International Journal of Mathematics Education in Science & Technology*, 23 1, 39-50 (1992)
- Mohammad Shahid bin Mohd. Som. (1994). "Kajian Mengenai Masalah Pelajar Dalam Konsep Asas Fungsi bagi Pelajar di Sekolah-sekolah Menengah di Daerah Batang Padang, Perak." Skudai: Universiti Teknologi Malaysia.
- Mokaeane Victor Polaki. (2005). "Working With Functions without Understanding: An Assessment of the Perceptions of Basotho College Mathematics Specialists On the Idea of Function." *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, Volume 1, Number 1, November 2005.
- Munirah Ghazali (2002). "Kepakaan Nombor di Kalangan Murid Tahun 5." Skudai: Universiti Teknologi Malaysia: Tesis PhD. Tidak diterbitkan.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). "Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics." Reston: VA:Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). "Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics." Reston: VA: Author.
- Ng See Kiok. (2000). "Miskonsepsi dalam pelajaran Topik Fungsi". Skudai: Universiti Teknologi Malaysia. Tesis Sarjana. Tidak diterbitkan.
- O'Callaghan, B. R. (1998). "Computer-intensive algebra and students' conceptual knowledge of functions". *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 21-40.
- Pusat Perkembangan Kurikulum (PPK). (2001). 'Modul Pembelajaran Secara Silverman, J. (2005). "Pre-service Teachers' Understandings of Functions and Graphs: Covariation and Correspondence (and the Imaginary Third Dimension)." Nashville: Vanderbilt University. PhD Thesis. Not Published.

- Skemp, R. R. (1976). "Relation Understanding and Instrumental Understanding". *Mathematics Teaching*, No. 77; 20-26.
- Tall, D. O. (1988). "Concept Image and Concept Definition." Published in *Senior Secondary Mathematics Education*. (ed. Jan de Lange, Michiel Doorman), OW&OC Utrecht, 37-41.
- Tall, D. O. (1989). "Concept Images, Generic Organizers, Computers & Curriculum Change". *For the Learning of Mathematics*, 93, 37- 42.
- Tee Sean Sean. (2005). "Penerokaan Terhadap Kepakaan Pecahan di Kalangan Pelajar Tingkatan Satu." Skudai: Universiti Teknologi Malaysia. Tesis Sarjana. Tidak diterbitkan.
- Theodossios ZACHARIADES. et. al. (2001). "The Difficulties and Reasoning of Undergraduate Mathematics Students in The Identification of Functions." University of Athens.
- Thompson, P. W. (1994). "Students, Functions, and the Undergraduate Curriculum. In E. Dubinsky, A. Schoenfeld, & J. Kaput (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education, I, CBMS Issues in Mathematics Education*, 4, pp. 21-44.
- Vinner, S. & Tall, D. (1981). "Concept image and Concept Definition in Mathematics, With Special Reference to Limits and Continuity". *Education studies in Mathematics*, 12, 151-169.
- Vinner, S. (1992). "The Function Concept as a Prototype for Problems in Mathematics Learning." In *The Concept of Function: Aspects of Epistemology And Pedagogy*, edited by Guershon Harel and Ed. Dubinsky, 195-214. Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Zamri bin Musa, Abdul Rahim bin Mohd Idris, Tee Hock Tian (2005). "Additional Mathematics. Form 4." Shah Alam: Cerdik Publications Sdn Bhd.